第12講　平面図形(1)

例題 12 − 1

(1)　3辺の長さが x，2，3である三角形が存在するときの x の範囲を求めよ．

(2)　長さが3，4，6の線分を3辺とする三角形は存在するか．存在する場合は，その三角形が鋭角三角形，直角三角形，鈍角三角形のいずれであるか答えよ．

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 12 ー 1

(1)　3 辺の長さが x，3，5 である三角形が存在するときの x の範囲を求めよ．

(2)　次の長さの線分を 3 辺とする三角形は存在するか．存在する場合は，その三角形が鋭角三角形，直角三角形，鈍角三角形のいずれであるか答えよ．

(ア)　4，5，6　　　(イ)　5，9，15

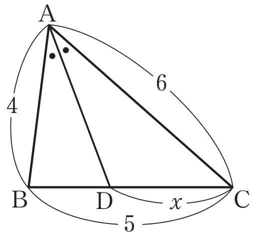
ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 12 ー 2

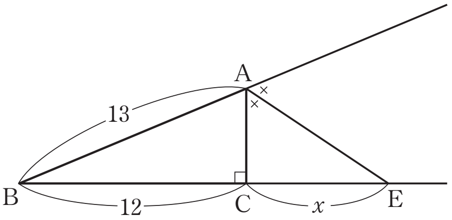
次の図において，x の値を求めよ．

(1)



AD は ∠A の二等分線

(2)



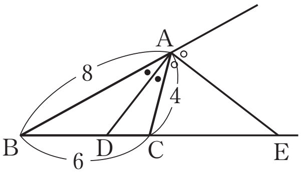
AE は ∠A の外角の二等分線

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 12 － 2

AB＝8，BC＝6，CA＝4 である △ABC において ∠A およびその外角の二等分線が直線 BC と交わる点をそれぞれ D，E とする．次の問いに答えよ．



(1)　線分 BD の長さを求めよ．

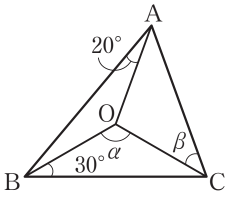
(2)　線分 CE の長さを求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

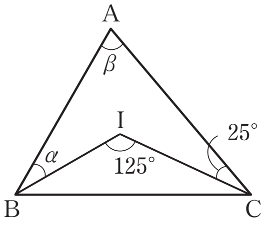
例題 12 ― 3

下の図において，点 O は △ABC の外心，点 I は △ABC の内心である．角 α，β を求めよ．

(1)



(2)



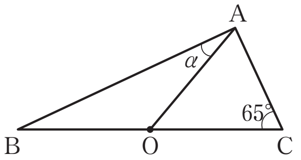
【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

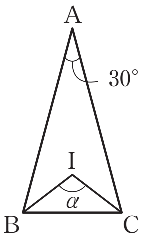
類題 12 ー 3

下の図において，点 O は △ABC の外心，点 I は △ABC の内心である．角 α を求めよ．

(1)



(2)

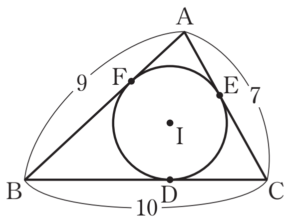


ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 12 － 4

AB＝9，BC＝10，CA＝7 の △ABC の内接円の中心を I とし，この内接円が辺 BC，CA，AB と接する点をそれぞれ D，E，F とする．次の問いに答えよ．



(1)　AF の長さを求めよ．

(2)　△ABC の面積は $6\sqrt{26}$ である．これを利用して，△ABC の内接円の半径 r を求めよ．

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 12 ー 4

AB＝13, BC＝12, CA＝5 の △ABC の内接円の中心を I とし，この内接円が辺 BC, CA, AB と接する点をそれぞれ D， E， F とする．次の問いに答えよ．

(1)　AF の長さを求めよ．

(2)　△ABC は鋭角三角形，直角三角形，鈍角三角形のいずれかを答えよ．また，内接円の半径 r を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

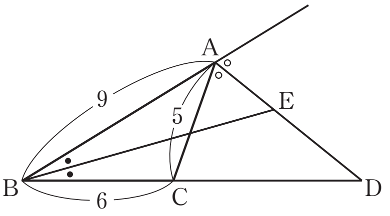
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第12講　平面図形(1)

(1)　3辺の長さが x，2，5である三角形が存在する x の範囲は [ア] $< x <$ [イ] である．

(2)　右図において，∠A の外角の二等分線と直線 BC との交点を D，∠B の二等分線と直線 AD との交点を E とする．このとき　CD $= \dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$，

AE：ED $=$ [カ]：[キ] である．



(3)　AB $=5$，BC $=4$，CA $=3$ の △ABC の内接円の中心を I とし，半径を r とする．また，この内接円が辺 BC，CA，AB と接する点をそれぞれ D，E，F とする．このとき BF $=$ [ク]，$r =$ [ケ] である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 12 講　平面図形(1)

例題 12 ー 1

(1)　3 辺の長さが x，2，3 である三角形が存在するときの x の範囲を求めよ．

(2)　長さが 3，4，6 の線分を 3 辺とする三角形は存在するか．存在する場合は，その三角形が鋭角三角形，直角三角形，鈍角三角形のいずれであるか答えよ．

(1)　3 辺の長さが x，2，3 である三角形が存在するための条件は

$3-2<x<3+2$　　よって　$\mathbf{1<x<5}$

(2)　$4-3=1$　　$4+3=7$

$1<6<7$　より　3，4，6 を 3 辺の長さとする三角形は　**存在する**.

$3^2+4^2=25$　　$6^2=36$

よって　$3^2+4^2<6^2$　より　**鈍角三角形である**.

類題 12 ー 1

(1)　3 辺の長さが x，3，5 である三角形が存在するときの x の範囲を求めよ．

(2)　次の長さの線分を 3 辺とする三角形は存在するか．存在する場合は，その三角形が鋭角三角形，直角三角形，鈍角三角形のいずれであるか答えよ．

(ア)　4，5，6　　　(イ)　5，9，15

(1)　3 辺の長さが x，3，5 である三角形が存在するための条件は

$5-3<x<5+3$　　よって　$\mathbf{2<x<8}$

(2)(ア)　$5-4=1$　　$5+4=9$

$1<6<9$　より　4，5，6 を 3 辺の長さとする三角形は　**存在する**.

$4^2+5^2=41$　　$6^2=36$

よって　$4^2+5^2>6^2$　より　**鋭角三角形である**.

(イ)　$9-5=4$　　$9+5=14$

$14<15$　より　5，9，15 を 3 辺の長さとする三角形は　**存在しない**.

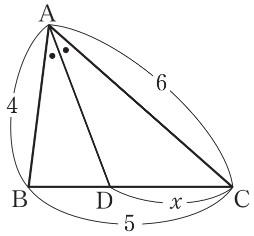
ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 12 ー 2

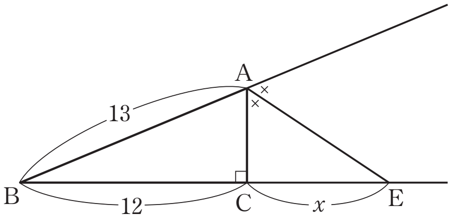
次の図において，x の値を求めよ．

(1)



AD は ∠A の二等分線

(2)



AE は ∠A の外角の二等分線

(1)　角の二等分線の性質より　AB：AC＝BD：DC

＝4：6＝2：3

よって　$x=\text{BC}\times\dfrac{3}{5}=5\times\dfrac{3}{5}=\mathbf{3}$

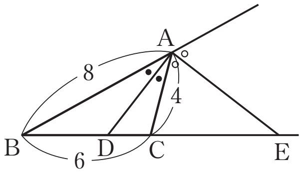
(2)　三平方の定理より　AC＝5

外角の二等分線の性質より　AB：AC＝BE：CE＝13：5

よって　　$13:5=(12+x):x$　　　$13x=5(12+x)$　　　$x=\mathbf{\dfrac{15}{2}}$

類題 12 ー 2

AB＝8，BC＝6，CA＝4 である △ABC において ∠A およびその外角の二等分線が直線 BC と交わる点をそれぞれ D，E とする．次の問いに答えよ．



(1)　線分 BD の長さを求めよ．

(2)　線分 CE の長さを求めよ．

(1)　角の二等分線の性質より　AB：AC＝BD：DC

＝8：4＝2：1

よって　$\text{BD}=\text{BC}\times\dfrac{2}{3}=6\times\dfrac{2}{3}=\mathbf{4}$

(2)　外角の二等分線の性質より　AB：AC＝BE：EC

＝2：1

よって　CE＝x　とすると

$2:1=(x+6):x$　　　$2x=x+6$　　$x=6$

ゆえに　CE＝**6**

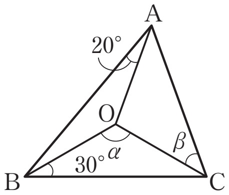
ⓒRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

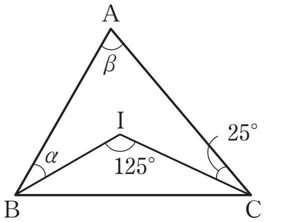
例題 12 − 3

下の図において，点 O は △ABC の外心，点 I は △ABC の内心である．角 α，β を求めよ．

(1)



(2)



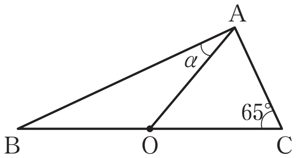
(1)　$\alpha = \mathbf{120°}$，$\beta = \mathbf{40°}$

(2)　$\alpha = \mathbf{30°}$，$\beta = \mathbf{70°}$

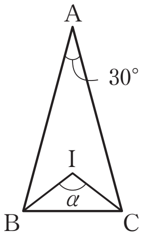
類題 12 − 3

下の図において，点 O は △ABC の外心，点 I は △ABC の内心である．角 α を求めよ．

(1)



(2)



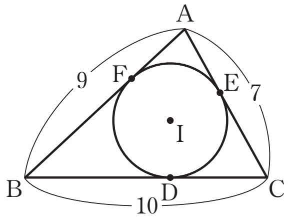
(1)　$\alpha = \mathbf{25°}$

(2)　$\alpha = \mathbf{105°}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 12 ー 4

AB＝9，BC＝10，CA＝7 の △ABC の内接円の中心を I とし，この内接円が辺 BC，CA，AB と接する点をそれぞれ D，E，F とする．次の問いに答えよ．



(1)　AF の長さを求めよ．

(2)　△ABC の面積は $6\sqrt{26}$ である．これを利用して，△ABC の内接円の半径 r を求めよ．

(1)　AF＝AE＝x とおくと，BF＝BD＝$9-x$，EC＝DC＝$7-x$

BC＝BD＋DC より　$10=(9-x)+(7-x)$　　$x=3$　　よって　AF＝**3**

(2)　△ABC＝△IAB＋△IBC＋△ICA　より

$$\triangle ABC=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot r+\frac{1}{2}\cdot BC\cdot r+\frac{1}{2}\cdot CA\cdot r=\frac{1}{2}r(AB+BC+CA)$$

よって　$6\sqrt{26}=\frac{1}{2}r(9+10+7)$　より　$r=\mathbf{\frac{6\sqrt{26}}{13}}$

（参考）△ABC の面積について

△ABC で余弦定理より　$\cos A=\frac{9^2+7^2-10^2}{2\cdot 9\cdot 7}=\frac{30}{2\cdot 9\cdot 7}=\frac{5}{21}$

$$\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\sqrt{1-\left(\frac{5}{21}\right)^2}=\frac{4\sqrt{26}}{21}$$

よって　$\triangle ABC=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot AC\cdot\sin A=\frac{1}{2}\cdot 7\cdot 9\cdot\frac{4\sqrt{26}}{21}=6\sqrt{26}$

類題 12 ー 4

AB＝13，BC＝12，CA＝5 の △ABC の内接円の中心を I とし，この内接円が辺 BC，CA，AB と接する点をそれぞれ D，E，F とする．次の問いに答えよ．

(1)　AF の長さを求めよ．

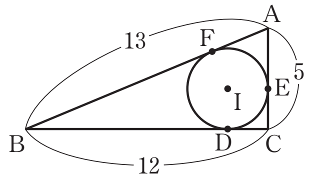
(2)　△ABC は鋭角三角形，直角三角形，鈍角三角形のいずれかを答えよ．また，内接円の半径 r を求めよ．

(1)　AF＝AE＝x とおくと，BF＝BD＝$13-x$，EC＝DC＝$5-x$

BC＝BD＋DC より　$12=(13-x)+(5-x)$　　$x=3$　　よって　AF＝**3**

(2)　$5^2+12^2=169$　　$13^2=169$　より　$5^2+12^2=13^2$

よって △ABC は $\angle C=90^\circ$ の**直角三角形である**．



△ABC＝△IAB＋△IBC＋△ICA　より

$$\frac{1}{2}\cdot BC\cdot CA=\frac{1}{2}r(AB+BC+CA)$$

よって　$\frac{1}{2}\cdot 12\cdot 5=\frac{1}{2}r(13+12+5)$　　したがって　$r=\mathbf{2}$

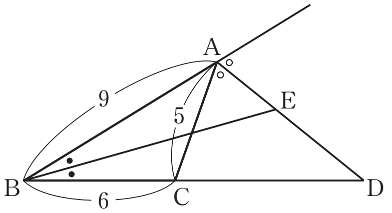
ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 12 講　平面図形(1)

(1)　3 辺の長さが x，2，5 である三角形が存在する x の範囲は **ア** $< x <$ **イ** である．

(2)　右図において，∠A の外角の二等分線と直線 BC との交点を D，∠B の二等分線と直線 AD との交点を E とする．このとき　CD＝$\dfrac{\boxed{ウエ}}{\boxed{オ}}$，

AE：ED＝**カ**：**キ** である．



(3)　AB＝5，BC＝4，CA＝3 の △ABC の内接円の中心を I とし，半径を r とする．また，この内接円が辺 BC，CA，AB と接する点をそれぞれ D，E，F とする．このとき BF＝**ク**，r＝**ケ** である．

解答例

(1)　$5-2<x<5+2$　より　$\mathbf{3<x<7}$

(2)　外角の二等分線の性質より　AB：AC＝BD：CD＝9：5

CD＝x　とおくと　$(x+6):x=9:5$　　$9x=5(x+6)$　　$x=\dfrac{15}{2}$　　CD＝$\mathbf{\dfrac{15}{2}}$

よって　BD＝$6+\dfrac{15}{2}=\dfrac{27}{2}$

角の二等分線の性質より　AB：BD＝AE：ED＝$9:\dfrac{27}{2}=2:3$

よって　AE：ED＝**2：3**

(3)　BF＝BD＝x とおくと

AF＝AE＝$5-x$，DC＝EC＝$4-x$

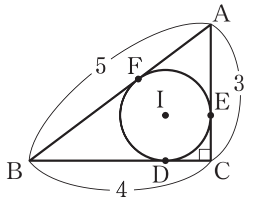
AC＝AE＝EC より　$3=(5-x)+(4-x)$　　$x=3$　　よって　BF＝**3**

また，$3^2+4^2=5^2$　より，△ABC は ∠C＝90° の直角三角形である．

△ABC＝△IAB＋△IBC＋△ICA　より

$\dfrac{1}{2}\cdot \mathrm{BC}\cdot \mathrm{AC}=\dfrac{1}{2}r(\mathrm{AB}+\mathrm{BC}+\mathrm{CA})$

よって　$\dfrac{1}{2}\cdot 4\cdot 3=\dfrac{1}{2}r(5+4+3)$　　したがって　$\mathbf{r=1}$



(別解)　$3^2+4^2=5^2$　より，△ABC は ∠C＝90° の直角三角形である．

よって　四角形 CDIE は正方形より　CD＝CE＝r

このとき　AE＝AF＝$3-r$，BD＝BF＝$4-r$　であり

AB＝AF＋BF　より　$5=(3-r)+(4-r)$

よって　$r=1$　　したがって　BF＝$4-r=3$

ⓒRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。